

aplicações da TEORIA DE SISTEMAS

introdução a técnicas de Investigação Operacional e suas aplicações

Programação Linear

Formulação, Simplex, Simplex Matricial, Dualidade e Análise de Sensibilidade, Transportes e Afectação, Programação Inteltra

Redes

Caminhos Óptimos, Árvore Geradora de Custo Mínimo, Fluxo Máximo, Planeamento de Projectos (CPM/PERT)

Aplicações

Afectação de Recursos em Projectos e Operações, Estruturas, Recursos Hídricos, Orçamentação, Localização de Equipamentos, Transportes, Vias de Comunicação, Circulação e Tráfego, Planeamento de Obras e Empreendimentos, etc.

aplicações da
TEORIA DE SISTEMAS

João M. Coutinho Rodrigues

EDILIBER editora - Coimbra

aplicações da TEORIA DE SISTEMAS

introdução a técnicas de Investigação Operacional e suas aplicações

exemplos práticos e exercícios resolvidos
engenharia, ambiente, economia, planeamento, gestão

João M. Coutinho Rodrigues

Professor de Engenharia Civil

Departamento de Engenharia Civil

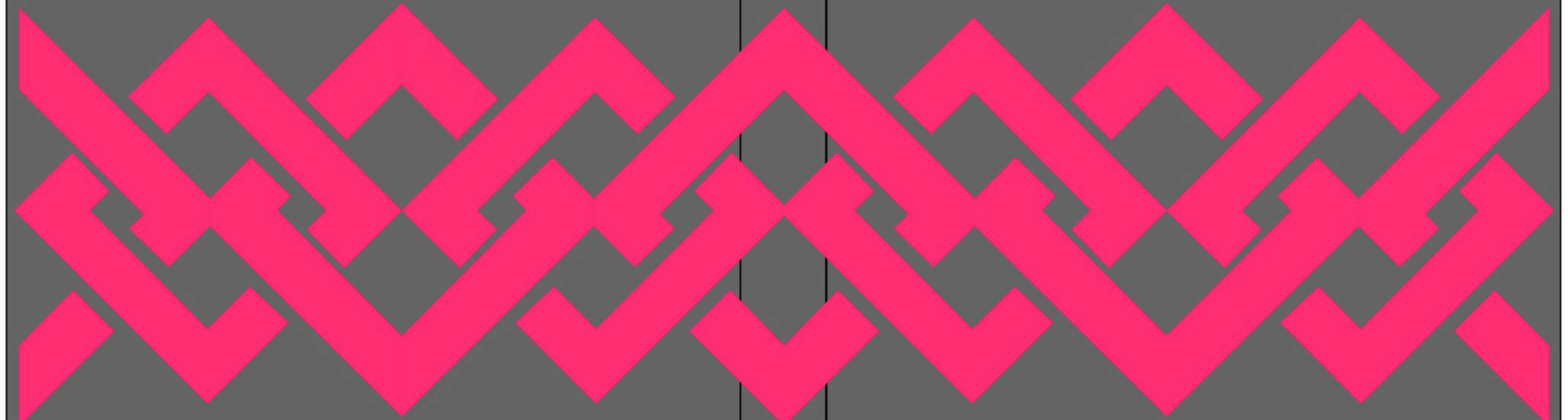
Faculdade de Ciências e Tecnologia

Universidade de Coimbra

Textos Didácticos

5ª Edição

EDILIBER editora - Coimbra



ÍNDICE

Aplicações da Teoria de Sistemas

Uma Introdução a Técnicas de Investigação Operacional e suas Aplicações: Programação Linear e Redes
(378 pág, 108 Figuras, numerosos Exemplos)

Autor: João Coutinho

Professor de Engenharia Civil, Eng^o Civil, MSc, PhD

Depart^o de Engenharia Civil - Faculdade de Ciências e Tecnologia

Universidade de Coimbra

)

Índicev a xii

Índice de Figurasxiii a xvi

Nota Préviaiii e iv

1	Introdução	1
1.1	Sistemas e Investigação Operacional	1
1.1.1	Origens e Evolução	1
1.1.2	Os Modelos	5
1.1.2.1	O Papel e a Construção dos Modelos	5
1.1.2.2	Modelização e Optimização Formal versus Informal	7
1.1.2.3	O Modelo Físico ou Icónico	9
1.1.2.4	O Modelo de Simulação	9
1.1.2.5	O Modelo Matemático	9
1.1.2.6	As Heurísticas	10
1.1.3	Particularidades dos Modelos Matemáticos	10
1.1.4	Uma História de Milhões	15
1.1.5	As Fases de Estudo da Investigação Operacional	16
1.2	Sistemas e Engenharia Civil	17
1.2.1	O Papel das Decisões em Engenharia Civil	17
1.2.2	Fases dos Empreendimentos	19
1.2.2.1	Análise de Viabilidade e Estratégia	19
1.2.2.2	Pré-construção/Projecto	20
1.2.2.3	Construção	21
1.2.2.4	Exploração	21
1.2.2.5	Interligação das Fases	22
2	Programação Linear	23
2.1	Definição Geral de Programação Linear	23

ÍNDICE

2.1.1	A Forma Canónica	25
2.1.2	A Forma Padrão	27
2.1.3	Forma Padrão na Representação Cartesiana	28
2.1.4	Forma Padrão na Representação Matricial.....	28
2.1.5	Transformações Auxiliares.....	29
2.1.5.1	Transformação de Desigualdades em Igualdades.....	29
2.1.5.2	Substituição de Variáveis sem Sinal Restringido	30
2.1.5.3	Transformação de Membro Direito Negativo	31
2.2	Exemplos de Aplicação.....	31
2.2.1	Afectação de Recursos em Escavações	31
2.2.2	Optimização de uma Estrutura Articulada Metálica	33
2.2.3	Carga Máxima numa Ponte Rolante	36
2.2.4	Tratamento de Águas Residuais.....	39
2.2.5	Orçamento Desequilibrado	42
2.2.5.1	Posicionamento do Problema	42
2.2.5.2	Situação I.....	45
2.2.5.3	Situação II.....	46
2.2.5.4	Situação III	47
2.2.5.5	Situação IV	47
2.2.6	Afectação de Equipamentos a Obras.....	48
2.2.7	Exercício - Optimização da Produção de Central de Betão	49
2.2.8	Projecto de um Sistema de Recursos Hídricos.....	50
2.2.9	Exercício - Planeamento de Recursos Hídricos	51
2.3	Representação Geométrica e Resolução Gráfica	53
2.4	Alguma Terminologia e Conceitos Básicos.....	58
2.4.1	Combinação Linear Convexa	58
2.4.2	Segmento.....	58
2.4.3	Conjunto Convexo.....	59
2.4.4	Vértices	59
2.4.5	Gradiente.....	60
2.4.6	Solução.....	61
2.4.7	Solução Básica	61
2.4.8	Base e Variáveis Básicas	62
2.4.9	Solução Possível ou Admissível.....	62
2.4.10	Solução Básica Admissível	62
2.4.11	Região Admissível	62
2.4.12	Solução (Admissível) Óptima	62

ÍNDICE

2.4.13	Valor Ótimo	63
2.4.14	Solução Degenerada	63
2.4.15	Solução Ilimitada.....	63
2.4.16	Solução Ótima Alternativa.....	63
2.4.17	Solução Ótima Única.....	64
2.4.18	Solução Impossível.....	64
2.4.19	Teoremas	64
2.4.19.1	Teorema 1	64
2.4.19.2	Teorema 2	64
2.4.19.3	Teorema 3	64
2.5	Resolução Algébrica: o Algoritmo Simplex	65
2.5.1	Introdução.....	65
2.5.2	Representação da Região Admissível pela Forma Padrão.....	65
2.5.3	Particularidades Sobre Sistemas de Equações Lineares.....	67
2.5.4	Determinação Algébrica de Pontos Extremos	70
2.5.5	Condições do Algoritmo Simplex	72
2.5.6	A Representação sob a Forma de Quadro	72
2.5.7	A Interpretação Algébrica do Simplex	74
2.5.8	A Interpretação Gráfica do Simplex	77
2.5.9	Os Cálculos com o Quadro Simplex	79
2.5.10	Modificação do Simplex para Problemas de Minimização	84
2.5.11	Resumo das Condições de Optimalidade e Admissibilidade	84
2.5.12	Resumo do Algoritmo Simplex	85
2.6	Técnicas Baseadas em Variáveis Artificiais	85
2.6.1	A Técnica do Grande M ou Método das Penalidades	86
2.6.2	A Técnica das Duas Fases	90
2.6.2.1	Descrição	90
2.6.2.2	Exemplo - Execução da Fase I	91
2.6.2.3	Exemplo - Execução da Fase II	92
2.7	Casos Particulares	94
2.7.1	Degenerescência	94
2.7.1.1	Descrição	94
2.7.1.2	Exemplo A (solução ótima degenerada).....	94
2.7.1.3	Exemplo B (solução temporariamente degenerada).....	96
2.7.2	Soluções Ilimitadas.....	98
2.7.2.1	Descrição	98
2.7.2.2	Exemplo 1 (solução ótima ilimitada).....	98

ÍNDICE

2.7.2.3	Exemplo 2 (região admissível ilimitada mas solução ótima limitada).....	100
2.7.2.4	Exercício.....	101
2.7.3	Soluções Ótimas Alternativas.....	101
2.7.3.1	Descrição.....	101
2.7.3.2	Exemplo.....	102
2.7.3.3	Exercício.....	104
2.7.4	Inexistência de Soluções Admissíveis.....	104
2.7.4.1	Descrição.....	104
2.7.4.2	Exemplo.....	104
3	Simplex na Forma Matricial e Simplex Revisto	107
3.1	Definição Matricial.....	107
3.1.1	Exemplo A.....	110
3.1.2	Exemplo B.....	111
3.2	Resolução na Forma Matricial.....	112
3.2.1	A Condição de Optimalidade.....	114
3.2.2	Exemplo.....	115
3.2.3	A Condição de Admissibilidade.....	116
3.2.4	Exemplo.....	117
3.3	Versão Matricial do Quadro Simplex.....	118
3.4	Versão Revista do Simplex.....	123
3.4.0.1	Determinação do Vector a Entrar.....	125
3.4.0.2	Determinação do Vector a Sair.....	126
3.4.0.3	Determinação da Solução Básica Seguinte.....	126
4	Dualidade e Análise de Sensibilidade	127
4.1	O Problema Primal e o Dual.....	127
4.1.1	Problema Dual a Partir da Forma Canónica.....	127
4.1.1.1	Exemplo.....	129
4.1.2	O Problema Dual a Partir da Forma Padrão.....	129
4.1.2.1	Exemplo.....	130
4.2	Solução Ótima do Primal a partir da do Dual.....	132
4.2.1	Exemplo - Análise Plástica e Minimização do Peso de uma Estrutura.....	136
4.3	Significado Económico das Variáveis Duais.....	139

ÍNDICE

4.4	Propriedades ligadas ao Quadro Simplex e Relações Primal-Dual	140
4.4.1	Propriedade 1.....	141
4.4.2	Propriedade 2.....	143
4.4.3	Propriedade 3.....	146
4.4.4	Propriedade 4.....	146
4.5	O Algoritmo Simplex Dual	148
4.6	Análise de Sensibilidade e Pós-optimização	152
4.6.1	Alteração dos Coeficientes da Função Objectivo.....	153
4.6.1.1	Alterações nos Coeficientes das Variáveis Básicas.....	153
4.6.1.2	Alterações nos Coeficientes das Variáveis Não-básicas	155
4.6.1.3	Alterações nos Coeficientes de Variáveis Básicas e Não-básicas.....	155
4.6.2	Alteração dos Termos Independentes das Restrições.....	156
4.6.3	Alteração dos Coeficientes Tecnológicos.....	158
4.6.4	Adição de Novas Variáveis ao Problema.....	160
4.6.5	Adição de Novas Restrições ao Problema.....	160
5	Problemas de Transporte, Transexpedição e Afectação	163
5.1	Definição do Problema de Transporte.....	163
5.1.1	Descrição e Formulação do Problema.....	163
5.1.2	Equilíbrio do Modelo	165
5.2	Resolução do Problema de Transporte.....	166
5.2.1	Determinação da Solução Inicial.....	167
5.2.1.1	Método do Canto <i>NW</i>	167
5.2.1.2	Método do Custo Mínimo	172
5.2.2	Determinação da Solução Óptima.....	176
5.2.2.1	A Técnica <i>Stepping Stone</i>	176
5.2.2.2	O Método dos Multiplicadores (ou Variáveis Duais).....	183
5.3	O Problema de Transexpedição	187
5.4	O Problema de Afectação	190
5.4.1	Descrição e Formulação do Problema.....	190
5.4.2	Resolução do Problema.....	191
5.4.3	Exemplo de Aplicação.....	197
6	Programação Inteira	201
6.1	Introdução	201

ÍNDICE

6.2	Resolução Aproximada e Exacta	202
6.3	O Algoritmo Branch and Bound	205
7	Redes - Conceitos de Base	213
7.1	Grafos e Redes - Conceitos Básicos e Terminologia	213
7.1.1	Grafos	215
7.1.1.1	Definição	216
7.1.1.2	Propriedades Relacionadas com Arcos e Nodos	217
7.1.1.3	Percursos e Propriedades Relacionadas.....	219
7.1.2	Redes	222
7.2	Redes em Casos Reais	223
7.3	Noções de Complexidade Computacional.....	231
8	Caminhos Óptimos em Redes	235
8.1	Casos de Aplicação	235
8.2	Um Problema em Serviços de Emergência	236
8.3	Formulação e Tipologia do Problema.....	237
8.4	Algoritmos para Resolução do Problema	242
8.4.1	Algoritmos de Fixação de Rótulos	243
8.4.2	Exemplo de Aplicação do Algoritmo de Dijkstra	245
8.4.3	Algoritmos de Correção de Rótulos	256
8.4.4	Exercício	256
8.5	Caminhos Mais Curtos entre Todos os Pares de Nós da Rede	258
8.6	Consideração de Custos Adicionais de Mudança de Direcção em Nós.....	260
8.7	Aplicações em Planeamento e Tráfego.....	261
8.7.1	Localização de Equipamentos.....	261
8.7.2	Aplicação em Afectação de Tráfego	265
9	Árvore Geradora de Custo Mínimo	267
9.1	Descrição do Problema e Aplicações.....	267
9.2	Um Problema de Decisão em Vias de Comunicação.....	268

ÍNDICE

9.3	Resolução do Problema	269
9.3.1	Algoritmo de Prim.....	269
9.3.2	Exemplo de Aplicação do Algoritmo de Prim.....	270
9.3.3	Aplicação do Algoritmo de Prim na Forma Matricial.....	274
9.3.4	Algoritmo de Kruskal.....	275
9.3.5	Exemplo de Aplicação do Algoritmo de Kruskal.....	276
9.3.6	Complexidade dos Algoritmos	280
9.4	Outros Exemplos.....	281
9.5	Exercício	282
10	Determinação do Fluxo Máximo	283
10.1	Posicionamento do Problema.....	283
10.2	Um Problema de Desvio de Trânsito	284
10.3	Formulação do Problema	285
10.4	Algoritmo do Caminho Incremental	287
10.5	Resolução de Exemplo.....	290
10.6	Teorema do Fluxo Máximo/Corte Mínimo.....	292
10.7	Exercício	293
11	Planeamento de Projectos com Redes	295
11.1	Introdução	295
11.2	História da Programação de Actividades	297
11.3	Caracterização dos Problemas	300
11.4	Fundamentos da Representação de Projectos com Redes	301
11.5	A Representação do Projecto.....	303
11.5.1	Modos de Representação com Redes	303
11.5.2	Particularidades das Representações com Redes	305
11.5.2.1	Actividades com os mesmos Acontecimentos Inicial e Terminal.....	305
11.5.2.2	Actividades a Subdividir	307
11.5.2.3	Relações de Precedência Especiais.....	307

ÍNDICE

11.6	Consideração do Tempo nas Redes	309
11.6.1	Tempos de Ocorrência dos Acontecimentos	309
11.6.1.1	Tempo-de-ocorrência-mais-cedo TC_i	310
11.6.1.2	Tempo-de-ocorrência-mais-tarde TT_i	310
11.6.2	Tempos de Início e de Conclusão das Actividades	311
11.6.2.1	Tempo-de-início-mais-cedo IC_{ij}	311
11.6.2.2	Tempo-de-conclusão-mais-cedo CC_{ij}	311
11.6.2.3	Tempo-de-conclusão-mais-tarde CT_{ij}	312
11.6.2.4	Tempo-de-início-mais-tarde IT_{ij}	312
11.6.3	O Caminho Crítico	312
11.6.4	As Folgas.....	313
11.6.4.1	Folga Total FT_{ij}	313
11.6.4.2	Folga Livre FL_{ij}	313
11.6.4.3	Folga Independente FI_{ij}	313
11.6.4.4	Folga de Segurança FS_{ij}	313
11.6.4.5	Esquema Comparativo das Folgas.....	314
11.6.4.6	Importância das Folgas.....	314
11.6.5	Exemplo	315
11.7	O PERT	321
11.7.1	Características	321
11.7.2	Exemplo de um PERT	324
11.7.3	Exercício	327
11.8	Nivelamento de Recursos	328
11.9	Aceleração de um Projecto e seus Custos	332
11.9.1	Consideração de Custos Directos e Indirectos	332
11.9.2	Método Enumerativo.....	336
11.9.2.1	Exemplo.....	336
11.9.3	Métodos de Programação Matemática	340
11.9.3.1	Modelo I - Duração Total Imposta	341
11.9.3.2	Modelo II - Financiamento Adicional	342
11.9.3.3	Modelo III - Consideração do Custo Indirecto.....	343
ANEXO A	Tabelas - Distribuição Normal	345
	Bibliografia	349